ECOLE NATIONALE des INGENIEURS des TRAVAUX RURAUX
et des TECHNIQUES SANITAIRES de STRASBOURG
Opt. Bio. Math. - Math. appliquées commune

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

COMMUNE AUX DEUX OPTIONS **DURÉE : 1 HEURE**

On désigne par $\mathbb{R}_5[x]$, l'espace vectoriel réel des polynômes réels de degré inférieur ou égal à 5.

1. Déterminer les constantes a, b, c, d et λ telles que :

   a. $\lambda > 0$ et $\lambda \neq 1$.

   b. l'égalité : (E) $\int_{-x}^{x} P(t)dt = x\left[aP(x) + bP(\lambda x) + cP(-\lambda x) + dP(-x)\right]$

   soit vérifiée, quel que soit x réel, pour les polynômes :
   $P(t) = t^k$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$.

2. En déduire que (E) est vérifiée pour tout polynôme P de $\mathbb{R}_5[x]$.

3. Démontrer que pour tout polynôme P de $\mathbb{R}_5[x]$:

   (1) $\int_0^1 P(t)dt = \frac{1}{12}\left[P(0) + P(1)\right] + \frac{5}{12}\left[P\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{5}}\right) + P\left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5}}\right)\right]$

   (On pourra effectuer un changement de variable dans (E)).

4. Cette question est indépendante des questions précédentes.

   Vérifier, par linéarité, que pour tout polynôme P de $\mathbb{R}_5[x]$:

   (2) $\int_0^1 P(t)dt = \frac{4}{9}P(0,5) + \frac{5}{18}\left[P(0,5 - \sqrt{0,15}) + P(0,5 + \sqrt{0,15})\right]$

5. f étant une fonction continue sur $[0, 1]$, on désigne par A(f) et B(f), les deuxièmes membres respectivement des égalités (1) et (2) où l'on a remplacé P par f. Ainsi :

   $\int_0^1 f(t)dt = A(f) + e_1 = B(f) + e_2$

   (Les quantités e_1 et e_2 étant par définition appelées "erreurs de méthode").

   Evaluer à 10^{-5} près les réels : A(f) et B(f), e_1, e_2, pour les fonctions f suivantes :

   a. $f(x) = e^x$ b. $f(x) = x^7$ c. $f(x) = \frac{1}{1 + x}$

6. f étant une fonction indéfiniment dérivable sur $\mathbb{R}$ et a, b, c, d, λ étant les nombres définis au 1. ; donner le développement limité à l'ordre 7 au voisinage de zéro de la fonction φ définie par :

   $\varphi(x) = \int_{-x}^{x} f(t)dt - x\left[af(x) + bf(\lambda x) + cf(-\lambda x) + df(-x)\right]$

---

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail